Anwendung: **Das Sozialhilfespiel**

Das folgende Spiel ist ebenfalls ein Beispiel für die Anwendung eines Gleichgewichts in gemischten Strategien. Angesichts der leeren Kassen deutscher Kommunen wird immer wieder die Frage gestellt, ob die Kommunen nicht die Auszahlung von Sozialhilfe (die ihnen obliegt) sehr viel stärker an Kriterien der Arbeitsbereitschaft binden sollen. Das Problem kann in ein Spiel umgeformt werden, in dem eine Kommune, die bereit ist Sozialhilfe auszuzahlen, jedoch nur, wenn der Empfänger nach Arbeit sucht, einem Sozialhilfeempfänger gegenübersteht, der nur dann nach Arbeit sucht, wenn er keine Sozialhilfe erwarten kann. Man kann zeigen, dass die Kommunen dabei in ein Dilemma geraten, das von einigen Autoren als **Dilemma des Samariters** bezeichnet wird: Wie ein Samariter ist die Kommune bereit zu helfen, knüpft die Hilfe jedoch an eine Bedingung, während der, dem geholfen werden soll, die Bedingung erst dann erfüllt, wenn ihm der Entzug der Hilfe droht.

Die Auszahlungen spiegeln dieses Dilemma wider. Die Kommune ist am besten daran, wenn sie Sozialhilfe auszahlt und der Empfänger arbeitet bzw. Arbeit sucht, und am schlechtesten, wenn sie Hilfe bezahlt und der Empfänger nichts tut. Mit letzterem Strategiepaar stellt sich umgekehrt der Sozialhilfeempfänger am besten, der außerdem bei Arbeitssuche mit Sozialhilfe besser daran ist als ohne Hilfe. Wird keine Sozialhilfe bezahlt und keine Arbeit gesucht, ist der *Status quo* gegeben (0/0).

Spieler:	Kommune, Sozialhilfeempfänger
Strategien:	Sozialhilfe *zahlen*, *nicht zahlen* (Kommune) *Arbeit* suchen, *keine Arbeit* suchen (Empfänger)
Auszahlungen:	Zahlenwerte von –1 bis +3 als fiktiver Nutzen

Auszahlungsmatrix:

		-	Sozial-empfänger		
			Arbeit *q*		*keine Arbeit* *1-q*
	zahlen	*p*	3/2	→	-1/3
Kommune			↑		↓
	nicht zahlen	*1-p*	-1/1	←	0/0

Wie der Leser leicht erkennen kann, hat keiner der Spieler eine dominante Strategie. Es gibt aber auch kein Gleichgewicht in reinen Strategien. Wählt die Kommune die Strategie *zahlen* in der Hoffnung, dass der Sozialhilfeempfänger Arbeit sucht (3/2), so hat der Sozialhilfeempfänger einen Anreiz auf die Strategie *keine Arbeit* auszuweichen (-1/3). Das führt für die Kommune zu einer Minus-Auszahlung, die sie aber vermeiden kann, wenn sie ihrerseits auf die Strategie *nicht zahlen* ausweicht. Das bringt beide Spieler zum Status quo (0/0), von dem aus sich der Sozialhilfeempfänger verbessern kann, wenn er zur Strategie *Arbeit* übergeht (-1/1). Damit aber hat die

Kommune erneut eine Minus-Auszahlung und sieht sich daher veranlasst zur Strategie *zahlen* zu wechseln, womit wir wieder beim Ausgangspunkt 3/2 angelangt wären.

Wie in der *Schlacht bei Avranches* (3. Spiel) führt ein Spiel, das kein Gleichgewicht in reinen Strategien hat, zu einem zyklischen Wechsel der Strategien. Um das zu vermeiden muss nach einem Gleichgewicht in gemischten Strategien gesucht werden. Dabei wählt die Kommune die Strategie *zahlen* mit Wahrscheinlichkeit p und die Strategie *nicht zahlen* mit Wahrscheinlichkeit 1-p, während der Sozialhilfeempfänger die Strategie *Arbeit* mit Wahrscheinlichkeit q und die Strategie *keine Arbeit* mit Wahrscheinlichkeit 1-q wählt. Das ergibt für den Sozialhilfeempfänger:

$$3p - 1(1-p) = 4p - 1 \tag{1}$$
$$-1p + 0(1-p) = -p \tag{2}$$

Die Ausdrücke (1) und (2) werden gleichgesetzt und nach p hin aufgelöst:

$$4p - 1 = -p$$
$$p = 1/5 \tag{3}$$

Das bedeutet: Wenn der Sozialhilfeempfänger in mehr als einem von fünf Fällen bzw. in mehr als 20 % der Fälle die Strategie *Arbeit* wählt, kann er sicher erwarten, dass die Kommune die Strategie *zahlen* wählen wird, nicht mehr aber, wenn er in mehr als 80 % der Fälle die Strategie *keine Arbeit* wählt. Die entsprechende Berechnung für die Kommune ergibt:

$$2q + 1(1-q) = q + 1$$
$$3q + 0(1-q) = 3q$$
$$q + 1 = 3q$$
$$q = 1/2$$

Wenn die Kommune in mehr als der Hälfte der Fälle Sozialhilfe zahlt, ist zu erwarten, dass der Sozialhilfeempfänger *Arbeit* wählt. Im Gleichgewicht in gemischten Strategien setzt die Kommune die Strategie *zahlen* mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 ein und der Sozialhilfeempfänger die Strategie *Arbeit* mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2. Bemerkenswert ist nun, dass aufgrund der hohen Wahrscheinlichkeit der Wahl der Strategie *keine Arbeit* durch den Sozialhilfeempfänger Strategie- bzw. Auszahlungspaare mit der Strategie *nicht zahlen* der Kommune deutlich häufiger den Ausgang des Spiels im gemischten Gleichgewicht bilden als solche mit der Strategie *zahlen*, wie die folgende Aufstellung zeigt.

Strategiepaare	Auszahlungen	Wahrscheinlichkeit des Ausgangs
zahlen/Arbeit	3/2	$p \cdot q$ = 0,2 · 0,5 = 0,1
zahlen/keine Arbeit	-1/3	$p(1-q)$ = 0,2 0,5 = 0.1
nicht zahlen/Arbeit	-1/1	$(1-p)q$ = 0,8 · 0,5 = 0,4
n. zahlen/k. Arbeit	0/0	$(1-p)(1-q)$= 0,8 · 0,5 = 0,4

Tabelle 2.1
Wahrscheinlichkeiten des Ausgangs im gemischten Gleichgewicht

Auch hier – wie in der dritten Variante des Spiels *Die Handelsvertreter* (1. Spiel) und im Spiel *Die Schlacht bei Avranches* (3. Spiel) – ist die Interpretation der gemischten Strategie ein Problem. Natürlich kann eine gemischte Strategie nicht eingesetzt werden, wenn das Spiel als *one-shot game* nur einmal gespielt wird. Man kann sich aber gut vorstellen, dass das Spiel mehrfach wiederholt wird, da Kommunen sicher Wert darauf legen, eine einmal gewährte Sozialhilfe in Abständen zu überprüfen. Die Zahl der Wiederholungen muss ein Mehrfaches von 6 sein, da p = 1/5 ist und q = 1/2. Nehmen wir also an, dass es 12 Runden des Sozialhilfespiels gibt. Dann wird die Kommune im Gleichgewicht in gemischten Strategien sechsmal Sozialhilfe zahlen und sechsmal keine Sozialhilfe zahlen, während der Sozialempfänger zweimal die Strategie *Arbeit* wählt und zehnmal die Strategie *keine Arbeit*.

Eine alternative Interpretation ist die folgende: Die Kommune steht im Sozialhilfespiel nicht nur einem Sozialhilfeempfänger gegenüber, sondern einer mehr oder minder großen Gruppe. Auch die Größe dieser Gruppe muss ein Mehrfaches von 6 sein. Nehmen wir an, sie umfasse 24 Sozialhilfeempfänger. Dann wird die Kommune im gemischten Gleichgewicht 12 dieser Empfänger die Sozialhilfe auszahlen und 12 Empfängern nicht, während unter der Gruppe der Sozialhilfeempfänger 4 die Strategie *Arbeit* wählen und 20 die Strategie *keine Arbeit*.

In beiden Interpretationen wird die gemischte Gleichgewichtsstrategie eines Spielers umgewandelt in eine reine Strategie – sei es in die eines Spielers in mehreren Wiederholungen des Spiels oder in die der Spieler in einer Gruppe von Spielern. Das mag – spieltheoretisch gesehen – nicht unproblematisch sein, ist aber kaum zu umgehen, wenn gemischte Strategien praktisch umgesetzt werden sollen, denn ein Spieler lässt sich nicht in Teile zerlegen, die unterschiedliche Strategien spielen.

Beide Interpretationen zeigen, dass die Kommune im gemischten Gleichgewicht in einer ganzen Reihe von Fällen Sozialhilfe bezahlt (viermal in der ersten Interpretation, achtmal in der zweiten Interpretation), obwohl der Empfänger die Strategie *keine Arbeit* gewählt hatte, also im Sinne des Kriteriums der Arbeitsbereitschaft eigentlich nicht berechtigt war Sozialhilfe zu erhalten.

Das hängt natürlich mit der oben notierten geringen Wahrscheinlichkeit zusammen, mit welcher der Sozialhilfeempfänger die Strategie *Arbeit* wählt. Diese ergab sich aus den Wahrscheinlichkeitsberechnungen aufgrund der Auszahlungen, die zeigen, dass der Sozialhilfeempfänger bei Zahlung von Sozialhilfe die Strategie *keine Arbeit* höher schätzt als die Strategie *Arbeit*, also ein arbeitsfreies Einkommen einem Arbeitseinkommen vorzieht, und erst bei Nicht-Zahlung der Sozialhilfe die Arbeit höher bewertet als die Nicht-Arbeit. Solange dies der Fall ist, treten im Gleichgewicht in gemischten Strategien unvermeidbar Fälle auf, in denen die Kommune Sozialhilfe zahlt, ohne dass der Sozialhilfeempfänger bereit ist zu arbeiten.